

## ANALITIČKA GEOMETRIJA, januar 2008.

### Teorija

1. a) (2p) Napisati formule transformacija koordinata tačaka koje predstavljaju rotaciju oko koordinatnog početka za ugao  $\phi$ .  
b) (2p) Ako su stare kordinate tačke  $M(2,1)$ , a nove koordinate iste tačke  $M(1,2)$ , napisati formule rotacije. (Napomena: oba repera su ortonormirana)
2. (3p) Šta je ekscentricitet konike? Napisati koliki je ekscentricitet hiperbole, parabole i elipse.
3. (3p) Napisati formulu za ugao između prave  $p$  i ravni  $\alpha$ . Ako je  $p: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-3}{1}$  i  $\alpha: 2x + 5y - 2z + 3 = 0$ , izračunati ugao između njih.

### Zadaci

1. (4,5p) Neka je  $ABCD$  paralelogram,  $E$  središte stranice  $DC$ , a  $F$  tačka takva da je  $\overrightarrow{FC} = 2\overrightarrow{BF}$ ,  $G$  presek duži  $AE$  i  $DF$ . U kom odnosu tačka  $G$  deli duž  $AE$ ?
2. (4p) Dat je pravougaonik  $ABCD$ . Neka je  $E$  presek dijagonala  $AC$  i  $BD$ . Data su dva koordinatna sistema ravni:  $A_{xy}$  koji ima početak u tački  $A$ , a koordinatni vektori su  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$  i  $E_{x'y'}$  sa početkom u tački  $E$  i koordinatnim vektorima  $\overrightarrow{EC}, \overrightarrow{ED}$ . Izraziti koordinate  $(x, y)$  proizvoljne tačke  $M$  u odnosu na koordinatni sistem  $A_{xy}$  pomoću koordinata  $(x', y')$  iste tačke u odnosu na sistem  $E_{x'y'}$ .
3. (4p) Date su prave  $p: x - 2y + z - 1 = 0, 2x + y - z - 3 = 0$  i  $q: \frac{x-4}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{m}$ . Odrediti vrednost parametra  $m$  tako da se prave  $p$  i  $q$  seku.
4. (5p) Odrediti jednačinu parabole koja sadrži tačku  $A(\sqrt{2}, 0)$ , čija je direktrisa prava  $l: x + y - 3\sqrt{2} = 0$ , a osa simetrije prava  $o: x - y + \sqrt{2} = 0$ .
5. (4p) Izometrijskom transformacijom svesti krivu drugog reda zadatu jednačinom  $7x^2 + 8xy + y^2 - \frac{1}{5} = 0$  na kanonski oblik i ispisati formule transformacije.
6. (4,5p) Odrediti jednačinu konoidne površi čija je osa  $p: \frac{x-6}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1}$ , direktrisa parabola  $z = x^2, y = 1$ , a direktorna ravan  $\alpha: x - y + 5 = 0$ .
7. (4p) Odrediti rastojanje između dva mesta na Zemlji (poluprečnika  $R$ ) koja su data sa  $A: 30^\circ$  severne geografske širine,  $60^\circ$  istočne geografske dužine i  $B: 45^\circ$  južne geografske širine,  $90^\circ$  istočne geografske dužine.

## ANALITIČKA GEOMETRIJA, januar 2008.

### Teorija

1. a) (2p) Napisati formule transformacija koordinata tačaka koje predstavljaju rotaciju oko koordinatnog početka za ugao  $\phi$ .  
b) (2p) Ako su stare kordinate tačke  $M(2,1)$ , a nove koordinate iste tačke  $M(1,2)$ , napisati formule rotacije. (Napomena: oba repera su ortonormirana)
2. (3p) Šta je ekscentricitet konike? Napisati koliki je ekscentricitet hiperbole, parabole i elipse.
3. (3p) Napisati formulu za ugao između prave  $p$  i ravni  $\alpha$ . Ako je  $p: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-3}{1}$  i  $\alpha: 2x + 5y - 2z + 3 = 0$ , izračunati ugao između njih.

### Zadaci

1. (4,5p) Neka je  $ABCD$  paralelogram,  $E$  središte stranice  $DC$ , a  $F$  tačka takva da je  $\overrightarrow{FC} = 2\overrightarrow{BF}$ ,  $G$  presek duži  $AE$  i  $DF$ . U kom odnosu tačka  $G$  deli duž  $AE$ ?
2. (4p) Dat je pravougaonik  $ABCD$ . Neka je  $E$  presek dijagonala  $AC$  i  $BD$ . Data su dva koordinatna sistema ravni:  $A_{xy}$  koji ima početak u tački  $A$ , a koordinatni vektori su  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$  i  $E_{x'y'}$  sa početkom u tački  $E$  i koordinatnim vektorima  $\overrightarrow{EC}, \overrightarrow{ED}$ . Izraziti koordinate  $(x, y)$  proizvoljne tačke  $M$  u odnosu na koordinatni sistem  $A_{xy}$  pomoću koordinata  $(x', y')$  iste tačke u odnosu na sistem  $E_{x'y'}$ .
3. (4p) Date su prave  $p: x - 2y + z - 1 = 0, 2x + y - z - 3 = 0$  i  $q: \frac{x-4}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{m}$ . Odrediti vrednost parametra  $m$  tako da se prave  $p$  i  $q$  seku.
4. (5p) Odrediti jednačinu parabole koja sadrži tačku  $A(\sqrt{2}, 0)$ , čija je direktrisa prava  $l: x + y - 3\sqrt{2} = 0$ , a osa simetrije prava  $o: x - y + \sqrt{2} = 0$ .
5. (4p) Izometrijskom transformacijom svesti krivu drugog reda zadatu jednačinom  $7x^2 + 8xy + y^2 - \frac{1}{5} = 0$  na kanonski oblik i ispisati formule transformacije.
6. (4,5p) Odrediti jednačinu konoidne površi čija je osa  $p: \frac{x-6}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1}$ , direktrisa parabola  $z = x^2, y = 1$ , a direktorna ravan  $\alpha: x - y + 5 = 0$ .
7. (4p) Odrediti rastojanje između dva mesta na Zemlji (poluprečnika  $R$ ) koja su data sa  $A: 30^\circ$  severne geografske širine,  $60^\circ$  istočne geografske dužine i  $B: 45^\circ$  južne geografske širine,  $90^\circ$  istočne geografske dužine.