

АНАЛИТИЧКА ГЕОМЕТРИЈА – Април 2007.

1. Нека су D и E тачке које припадају редом страницама BC и CA троугла $\triangle ABC$, такве да важи $\frac{BD}{DC} = \frac{1}{4}$ и $\frac{CE}{EA} = \frac{3}{7}$. Одредити односе у којима пресечна тачка дужи AD и BE дели те дужи.
2. Дат је правоугли троугао $\triangle ABC$ са правим углом код темена A . Афини координатни систем Axy има почетак у тачки A и координатне векторе $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ и $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$. Афини координатни систем $Ox'y'$ има почетак у тачки O која је центар описаног круга троугла $\triangle ABC$ и координатне векторе $\vec{a}' = \overrightarrow{OA}$ и $\vec{b}' = \overrightarrow{OB}$. Изразити координате (x, y) које произвољна тачка има у систему Axy преко њених координата (x', y') у систему $Ox'y'$.
3. Одредити једначину равни која садржи тачку $A(1, -3, 1)$ и паралелна је правама $p : \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{0} = \frac{z}{-1}$ и $q : \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{1}$. Одредити затим растојање између добијене равни и тачке у којој се секу дате праве.
4. Одредити дијаметар криве $2x^2 + 5xy - 3y^2 + 3x + 16y - 2007 = 0$ који је паралелан x -оси и њему конјуговани дијаметар.
5. Одредити све жижке криве задате једначином $x^2 + 4y^2 + 2x - 8y + 1 = 0$.
6. Одредити једначину цилиндра чија је генератриса права паралелна правој $p : x = y = z$, а директриса елипса $y^2 + 3z^2 = 4, x = 0$.
7. Одредити растојање између два места на Земљи (полупречника R) која су дата са $A : 45^\circ$ северне ширине, 45° западне дужине и $B : 30^\circ$ северне ширине, 15° источне дужине.