3. Последице аксиома распореда

Дефиниција

Нека су A и B две разне тачке. Скуп свих тачака између A и B је **отворена дуж** AB, пишемо (AB), тачке A и B су њена темена. Уније $\{A\} \cup (AB) = [AB)$ и $\{B\} \cup (AB) = (AB]$ су **полуотворене дужи**, а скуп $\{A, B\} \cup (AB) = [AB]$ је **затворена** дуж.

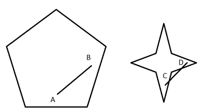
Уочимо да појам нула дужи који смо користили у школи није описан овом дефиницијом.

Коришћењем појма отворених дужи једне праве може се показати да важи:

Теорема

Сваки коначан скуп колинерних тачака $\mathcal{A}$, где је $|\mathcal{A}| \geq 3$ може се линеарно уредити на тачно два начина. **БД**

Ако је $\mathcal{B}(A_1, \ldots, A_n)$ једно од та два уређења, друго је $\mathcal{B}(A_n, A_{n-1}, \ldots, A_1)$.



Дефиниција

Геометријски лик је **конвексан** ако све тачке дужи чија темена припадају том лику, такође припадају том лику.

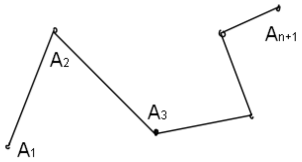
Теорема (3.6)

Пресек произвољне фамилије конвексних ликова је конвексан лик.

Доказ. Нека је $\{\Phi_i | i \in I\}$ фамилија конвексних ликова. Нека су A и B две произвољне тачке које припадају њиховом пресеку и X произвољна тачка дужи AB. Тада, за свако $i \in I$ важи $A, B \in \Phi_i$, а с обзиром да је Φ_i конвексан, онда за свако $i \in I$ важи $X \in \Phi_i$. Зато је и $X \in \cap_{i \in I} \Phi_i$. $\square$

Дефиниција

Нека је дат коначан скуп тачака $A_1, \dots, A_{n+1}$. Унија затворених дужи A_1A_2, $A_2A_3, \dots$, A_nA_{n+1} је **полигонска линија** $A_1 \dots A_{n+1}$. Тачке $A_1, \dots, A_{n+1}$ су њена **темена**, а дужи A_iA_{i+1} њене **ивице** или **странице**.



Дефиниција

Ако се темена A_1 и A_{n+1} полигонске линије $A_1 \dots A_{n+1}$ поклапају, и при том било која три узастопна темена нису колинеарне тачке, онда је полигонска линија **затворена** и још је називамо **полигоном**, односно **многоуглом** $A_1 \dots A_n$.

Ако многоугао има n темена онда га називамо n-**тоуглом**.

Дефиниција

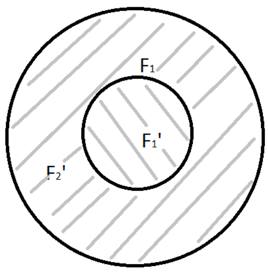
Полигон је **сложен** или **прост** у зависности да ли неке две његове ивице, сем суседних, имају заједничких тачака, или не.

Дефиниција

Две тачке неког геометријског лика Φ су **повезиве** уколико постоји полигонска линија која их спаја и припада лику Φ. Ако су сваке две тачке лика Φ повезиве, онда је Φ **повезан лик** или **област**.

Дефиниција

Ако ликови $\Phi_1, \dots, \Phi_n$ припадају лику Φ и ако је релација повезивости парова тачака дефинисана на $\Phi \setminus (\Phi_1 \cup \dots \cup \Phi_n)$ релација еквиваленције са класама $\Phi'_1, \dots, \Phi'_m$, онда ликови $\Phi_1, \dots, \Phi_n$ **разлажу** Φ на $\Phi'_1, \dots, \Phi'_m$.



Кружна линија F_1 припада отвореном кругу F и разлаже га на две области, отворени круг F'_1 (ограниченог са F_1), и отворени прстен F'_2.