Seminarski rad: RAČUNANJE POMOĆU REKURZIJE

Korišćenjem matričnog zapisa dilatacione jednačine i njenih izvoda

$$\mathbf{\Phi}^{(m)}(t) = 2^m M_0\, \mathbf{\Phi}^{(m)}(2t) + 2^m M_1\, \mathbf{\Phi}^{(m)}(2t-1),$$

gde je $\mathbf{\Phi}(t) = \big(\varphi(t),\, \varphi(t+1), \ldots, \varphi(t+N-2)\big)^\top$, $\mathbf{\Phi}(t) = 0, t \notin [0,1)$ i (za $N=6$)

$$M_0 = 2\begin{pmatrix} h(0) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h(2) & h(1) & h(0) & 0 & 0 \\ h(4) & h(3) & h(2) & h(1) & h(0) \\ 0 & h(5) & h(4) & h(3) & h(2) \\ 0 & 0 & 0 & h(5) & h(4) \end{pmatrix}$$

$$M_1 = 2\begin{pmatrix} h(1) & h(0) & 0 & 0 & 0 \\ h(3) & h(2) & h(1) & h(0) & 0 \\ h(5) & h(4) & h(3) & h(2) & h(1) \\ 0 & 0 & h(5) & h(4) & h(3) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h(5) \end{pmatrix}$$

napisati program u MatLabu za:

1. Izračunavanje funkcije skaliranja i talasića ili njihovih izvoda reda m u diadskim tačkama $t = k\,2^{-j}$ za dato j i $-K \le k \le K$. Za izračunavanje vrednosti talasića ili njegovog izvoda u datoj tački koristiti jednačinu talasića

$$\psi^{(m)}(t) = \sum_{n=0}^{M-1} \sqrt{2} d(n) 2^m \varphi^{(m)}(2t-n)$$

2. Crtanje grafika funkcije skaliranja i talasića i njihovih izvoda zadatog reda m, tj. crtanje funkcija $\varphi(t)$, $\psi(t)$, $\varphi^{(m)}(t)$ i $\psi^{(m)}(t)$.

Ulaz:

1. Dužina niskofrekventnog filtera N.
2. Koeficijenti niskofrekventnog filtera $h(n), n = 0, \ldots, N-1$ ($\sum_{n=0}^{N-1} h(n) = 1$).
3. Izbor reda izvoda m.
4. Koeficijenti visokofrekventnog filtera $d(n)$, $n = 0, \ldots, M-1$. Mogu biti zadati proizvoljno, ili izrazom $d(n) = (-1)^n c(N-1-n), n = 0, \ldots, N-1$. Ako su zadati proizvoljno, učitati njihov broj (može biti $M \neq N$).
5. Nivo j i opseg $[-K, K]$ diadskih tačaka u kojima se računaju vrednosti funkcije skaliranja i talasića.

Izlaz:

1. Grafici funkcije skaliranja $\varphi(t)$ i talasića $\psi(t)$.
2. Grafici izvoda funkcije skaliranja i talasića za zadati red izvoda m.

Napomena 1: Vrednosti u celobrojnim tačkama funkcije skaliranja i njenih izvoda $\varphi^{(m)}(t)$, $m \geq 0$, predstavljaju koordinate sopstvenog vektora matrice M_0 koje odgovaraju sopstvenim vrednostima 2^{-m}. Koristiti za rešavanje problema sopstvenih vrednosti rutine MatLaba.

Napomena 2: Vrednosti u diadskim tačkama predstavljaju koordinate vektora $\varphi^{(m)}(t)$, koji se računa množenjem ili matricom $2^m M_0$ ili matricom $2^m M_1$ vektora određenih na prethodnom nivou.
Na primer, za $m = 0$ i $N = 6$ je

$$\mathbf{\Phi}(1/2) = \begin{pmatrix} \varphi(1/2) \\ \varphi(3/2) \\ \varphi(5/2) \\ \varphi(7/2) \\ \varphi(9/2) \end{pmatrix} = M_1\,\mathbf{\Phi}(0) = M_1 \begin{pmatrix} \varphi(0) \\ \varphi(1) \\ \varphi(2) \\ \varphi(3) \\ \varphi(4) \end{pmatrix}$$

jer je $\mathbf{\Phi}(2 * 1/2) = \mathbf{\Phi}(1) = \mathbf{0}$. Dalje je

$$\mathbf{\Phi}(1/4) = \begin{pmatrix} \varphi(1/4) \\ \varphi(5/4) \\ \varphi(9/4) \\ \varphi(13/4) \\ \varphi(17/4) \end{pmatrix} = M_0\,\mathbf{\Phi}(1/2) = M_0 \begin{pmatrix} \varphi(1/2) \\ \varphi(3/2) \\ \varphi(5/2) \\ \varphi(7/2) \\ \varphi(9/2) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{\Phi}(3/4) = \begin{pmatrix} \varphi(3/4) \\ \varphi(7/4) \\ \varphi(11/4) \\ \varphi(15/4) \\ \varphi(19/4) \end{pmatrix} = M_1\,\mathbf{\Phi}(1/2) = M_1 \begin{pmatrix} \varphi(1/2) \\ \varphi(3/2) \\ \varphi(5/2) \\ \varphi(7/2) \\ \varphi(9/2) \end{pmatrix}$$

jer je $\mathbf{\Phi}(2 * 1/4 - 1) = \mathbf{\Phi}(-1/2) = \mathbf{0}$ i $\mathbf{\Phi}(2 * 3/4) = \mathbf{\Phi}(3/2) = \mathbf{0}$. I, dalje,

$$\begin{aligned}
\mathbf{\Phi}(1/8) &= M_0\,\mathbf{\Phi}(2 * 1/8) + M_1\,\mathbf{\Phi}(2 * 1/8 - 1) = M_0 * \mathbf{\Phi}(1/4) \\
\mathbf{\Phi}(3/8) &= M_0\,\mathbf{\Phi}(2 * 3/8) + M_1\,\mathbf{\Phi}(2 * 3/8 - 1) = M_0 * \mathbf{\Phi}(3/4) \\
\mathbf{\Phi}(5/8) &= M_0\,\mathbf{\Phi}(2 * 5/8) + M_1\,\mathbf{\Phi}(2 * 5/8 - 1) = M_1 * \mathbf{\Phi}(1/4) \\
\mathbf{\Phi}(7/8) &= M_0\,\mathbf{\Phi}(2 * 7/8) + M_1\,\mathbf{\Phi}(2 * 7/8 - 1) = M_1 * \mathbf{\Phi}(3/4) \\
\ldots & \qquad \ldots
\end{aligned}$$