

Докторске студије

Студијски програм *Рационална механика*

Циљеви: Оспособљавање студента за развој и примену научних и стручних достигнућа из области механике и оспособљавање за креативан рад

Врста студија: Докторске академске студије

Исход процеса учења: Оспособљавање студента за даље усавршавање и самостални научни и стручни рад

Академски назив: Доктор математике

Услови за упис Завршене студије другог степена из области математике

Начин извођења 3 године у 6 семестара од по 15 седмица

Начин избора предмета из других студијских програма:

У оквиру овог студијског програма, студент може највише два изборна предмета заменити предметима са других студијских програма трећег степена који се изводе на Математичком факултету

Услови за прелазак са других студијских програма:

Студент треба да има одговарајући број положених испита који одговарају испитима из овог студијског програма, односно да оствари потребан број ЕСПБ бодова.

Листа А – обавезни предмети	пред.	веж.	мент. рад	ЕСПБ бодови
Функционална анализа	6	0	14	30
Изабрана поглавља диф геометрије	6	0	14	30
Виши курс аналитичке динамике	6	0	14	30

Листа Б – изборни предмети, студент бира 2 предмета

Одабрана поглавља теорије релативности	2	0	4	10
Изабр пог теорије оптималног управљања	2	0	4	10
Нелинеарне осцилације	2	0	4	10
Квалитативно испитивање динам система	2	0	4	10
Одабрана поглавља теорије управљања	2	0	4	10
Динамика система тела	2	0	4	10
Математичке методе у механици	2	0	4	10
Предмети других студијских програма докторских студија (највише 2)				

Специјални курс – бира се у договору са ментором из области из које је дисертација

	2	0	6	10
Израда дисертације (у два семестра)	0	0	20	60

Садржај предмета

ФУНКЦИОНАЛНА АНАЛИЗА

Фонд 6+0+14

30 ЕСПБ бодова

Садржај:

Нормирани векторски простори и њихова метричка структура. Банахови простори. Неједнакости Јунга, Минковског и Хелдера. Хилбертови простори. Рицова лема и коначно димензиони подпростори. Дуални простори. Теорема равномерне ограничености. Теорема отвореног пресликавања. Теорема о затвореном графу. Пројекције на затворене потпросторе. Инвертибилни оператори. Развијање степених редова. Компактни оператори на Банаховим просторима. Спектар оператора – компактност спектра. Оператори на Хилбертовом простору и њихови коњуговани оператори. Спектрална теорија самоадјунгованих компактних оператора. Зорнова лема. Теорема Хан-Банаха. Канонично утапање простора X у X^{**} је изометрично, рефлексивност. Једноставне примене на слабе топологије.

Литература:

Erwin Kreyszig; *Introductory functional analysis with applications*

D. Werner; *Funktional analysis*, Springer Verlag

W. Rudin; *Functional Analysis*, McGraw-Hill

M. Reed, B. Simon; *Functional Analysis, Methods of Modern Mathematical Physics I*

J. B. Conway; *A course in Functional Analysis*, Springer Verlag

ИЗАБРАНА ПОГЛАВЉА ДИФЕРЕНЦИЈАЛНЕ ГЕОМЕТРИЈЕ

Фонд 6+0+14

30 ЕСПБ бодова

Садржај:

Криве и површи у \mathbb{R}^3 , Гаусова теорема, апстрактне многострукости, тангентни простори, диференцијалне форме, Риманова метрика. Метрика Минковског, повезаности, паралелно померање, геодезијске линије, Риманов тензор кривине, Ричијева кривина, Тензор енергије количине кретања у простор-време, Ајнштајнове једначине поља. Прва и друга фундаментална форма, Гаусова и средња кривина, Гаус-Бонеова теорема, комплетне површи, минималне површи и Бернштајнова теорема.

Литература:

Do Carmo, Manfredo; *Differential Geometry of Curves and Surfaces*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1976.

B. A. Dubrovin, A. T. Fomenko, S. P. Novikov; *Modern Geometry - Methods and Applications I*.

W. M. Boothby; *An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry*

ВИШИ КУРС АНАЛИТИЧКЕ МЕХАНИКЕ

Фонд 6+0+14

30 ЕСПБ бодова

Садржај:

Аналитичка динамика као надоградња Њутнове механике. Кинематика референтних система (укључујући системе који ротирају), динамика система тачака, Лагранжова и Хамилтонова динамика и динамика крутог тела. Формулисање једначина кретања за компликоване механичке системе и методе за решавање ових једначина. Динамика хаоса и специјална теорија релативности. Формулација математичких модела за динамику реалних инжењерских система. Кратак осврт на Њутнову динамику, релативно кретање, генералисане координате и везе, принцип виртуалног рада, Даламберов принцип, Хамилтонови принципи, Лагранжове једначине, Хамилтон – Јакобијеве једначине, Кинематика и динамика крутих тела, стабилност динамичких система, Гибс – Апелове једначине и Канеове једначине, Каноничке трансформације, Рачунски аспекти динамике за решавање реалних проблема, динамика слабо-деформалбилних тела са нагласком на варијациони рачун, динамика хаоса, специјална теорија релативности, кинематика система референције: Кориолисова и центрифугална сила, Фуково клатно. Системи тачака: момент количине кретања, момент силе, спољни и унутрашњи потенцијал. Лагранжова и Хамилтонова динамика: неслободно кретање, закони симетрије и одржања, Хамилтонов принцип. Крута тела: Ојлерови углови, матрице инерције, Ојлерове једначине кретања, кретање без дејства сила

Литература:

Woodhouse; *Introduction to Analytical Dynamics*,

T L Chow; *Classical Mechanics*

Goldstein; *Classical Mechanics*

ОДАБРАНА ПОГЛАВЉА ТЕОРИЈЕ РЕЛАТИВНОСТИ

Фонд 2+0+4

10 ЕСПБ бодова

Садржај:

Локална диференцијална геометрија, Диференцијабилне многострукости, тангентни вектори, тангентни простори, тензорска алгебра, тензорска поља и комутатори, пресликавања многострукости, интегралне криве и Лијеви изводи, линеарне повезаности, геодезијске линије, торзија и кривина, псеудо-Риманова метрика. Гравитација као геометрија, Њутнов простор-време, специјална релативност, општа релативност. Линеаризована теорија, пертурбације, *gauge invariance*, гравитациони таласи. Варијациони принципи, интеграција на многострукостима. Релативистичка кинетика, укључујући извођење Лоренцових трансформација и конематичке последице (контракција дужине и дилатација времена), Релативистички приступ у оптици, динамици и електормагнетизму. Еквивалентност масе и енергије. Теорија четири вектора. Општи принцип релативности и неке од њихових последица.

Литература:

W. Rindler; *Essential Relativity*, Springer, (1977).

R. d'Inverno; *Introducing Einstein's Relativity*, OUP (1992).

H. Stephani; *General Relativity*, CUP, (1982).

W.L. Burke; *Spacetime, Geometry, Cosmology*, University Science Books, (1980).

J.M. Stewart; *Advanced General Relativity*, CUP, (1991).

L. Landau, E. Lifshitz; *Classical Theory of Fields*, Pergamon, (1971).

ИЗАБРАНА ПОГЛАВЉА ТЕОРИЈЕ ОПТИМАЛНОГ УПРАВЉАЊА

Фонд 2+0+4

10 ЕСПБ бодова

Садржај:

Робустност, стабилизација и оптимизација линеарних и нелинеарних коначно-димензионих простора. Belman-Hamilton-Jakobijev приступ и Понтрјагинов принцип са применама. Управљиви динамички системи. Нелинеарни системи и њихова линеаризација. Стабилност и робустност. Методе пројектовања по Љапунову. Полупречници стабилности. *Small grain* теорема. Оптимално управљање. *Quadratic-cost* проблем управљања. Рикатијева једначина. Проблем линеарног оптималног регулатора. Принцип оптималности, Хамилтон-Јакобијева једначина, Оптимална процена стања (Калманов филтер), контрола повратне спреге. Репрезентација система са више променљивих и еквивалентних система. Способност регулисања и посматрања. Полови и нуле система са више променљивих. Одређивање полова преко стања и повратне спреге.

Литература:

- V. M. Alekseev, V. M. Tihomirov, and S. V. Fomin, *Optimal Control*, Nauk M. Moscow, 1979 (in Russian)
- T. M. Atanackovic, *Stability theory of elastic rods*, World Scientific River Edge, New Jersey, 1997
- S. N. Chow, and J. K. Hale, *Methods of Bifurcation Theory*, Springer, New York, 1982.
- A. Plüger, *Stabilitätsprobleme der Elastostatik*, Springer, Berlin, 197
- A. P. Seyranian, and A. A. Mailybaev, *Multiparameter Stability Theory with Mechanical Application*, World Scientific, River Edge, New Jersey, 2003
- B. D. Vujanovic, and T. M. Atanackovic, *An Introduction to Modern Variational Techniques in Mechanics and Engineering*, Birkhäuser, New York, 2004.

НЕЛИНЕАРНЕ ОСЦИЛАЦИЈЕ

Фонд 2+0+4

10 ЕСПБ бодова

Садржај:

Тема курса су нелинеарне осцилације и динамика механичких система. Почиње се са класичним методама, комбинација рачунских, геометријских и аналитичких метода које ће бити коришћене да обезбеде заједнички приступ нелинеарним осцилацијама и динамици. Бифуркације са квазистационарним варијацијама једног или више контролних параметара, нестабилности као што су подрхтавање и дивергенција. Хаос. Нелинеарне осцилације клатна, греда, плоча; *method of multiple scales*; раванска фазна анализа и Поинкареова пресликавања; спољне, параметарске и унутрашње резонанце; разматрање стабилности и седласте тачке, резонантна виљушка, Хопфова бифуркација равнотежних и периодичних решења; технике попут одређивања димензија и експонената Љапунова за анализу нелинеарних кретања.

Литература:

- Nayfeh, A. H., Mook, D. T.; *Nonlinear Oscillations*, Wiley, New York (on reserve in the EPSL Library), (1979)
- Nayfeh, A. H., Balachandran, B.; *Applied Nonlinear Dynamics, Analytical, Computational, and Experimental Methods*, Wiley, New York, (1995).
- B. D. Vujanovic, and T. M. Atanackovic, *An Introduction to Modern Variational Techniques in Mechanics and Engineering*, Birkhäuser, New York, 2004.
- B. D. Vujanović, *Teorija oscilacija*, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, 1995

КВАЛИТАТИВНО ИСПИТИВАЊЕ ДИНАМИЧКИХ СИСТЕМА

Фонд 2+0+4

10 ЕСПБ бодова

Садржај:

Квалитативне технике за решавање нелинеарних једначина динамичких система. Кратак преглед квалитативних техника за линеарне системе и системе представљене једнодимензионим нелинеарним једначинама, зависност од почетних услова и локално понашање близу критичних тачака, нелинеарне једначине у равни, укључујући Поинкаре-Бендиксову теорему, Бифуркације, Хаос.

Литература:

Differential Equations and Dynamical Systems (Second Edition) by Lawrence Perko, published by Springer (1996);

Nonlinear Dynamics and Chaos with Applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering by Steven H. Strogatz, published by Addison Wesley (1994).

ОДАБРАНА ПОГЛАВЉА ТЕОРИЈЕ УПРАВЉАЊА

Фонд 2+0+4

10 ЕСПБ бодова

Садржај:

Физичко моделирање и принципи повратне спреге као елементи контроле механичких система. Принцип временског одзива, *root locus* и фреквенцијског одговора су примењени на контролу основних механичких система. Закони ПИД контроле. Технике, анализе фрекветног домена (*root locus* и Бодеови дијаграми). Нумеричка симулација.

Литература:

Franklin, Powell and Emami-Naeine, Feedback Control of Dynamic Systems, Addison-Wesley, 1987
Dorf, Modern Control Systems, 5Ed., Addison-Wesley, 1989.

ДИНАМИКА СИСТЕМА ТЕЛА

Фонд 2+0+4

10 ЕСПБ бодова

Садржај:

Нелинеарне диференцијалне једначине, итеративна пресликавања, фрактали. Нелинеарне обичне диференцијалне једначине. Нумеричка апроксимација. Преглед динамичке анализе коришћењем Њутн-Ојлерове и Лагранжове формулације за одређивање једначина кретања. Увод у динамичку анализу, Канеова метода. Поређење различитих динамичких формулација за одређивање једначина кретања, рачунарска симулација динамичког понашања механичких система. Програмски пакети. Третман холономних и нехолономних веза кроз разне методе елиминације и додавања, као и добијање података из једначина кретања, и проблеми при израчунавању.

Литература:

T. R. Kane and D. A. Levinson. Dynamics: Theory and Application

J.H. Ginsberg Advanced Engineering Dynamics

Shabana, Systems . Cambridge Press, 2nd Ed., 1998;

R. Huston, Multibody Dynamics. Butterworth-Heinemann, 1990;

F.M.L. Amirouche. Computational Methods in Multibody Dynamics, Prentice Hall 1991;

МАТЕМАТИЧКЕ МЕТОДЕ У МЕХАНИЦИ

Фонд 2+0+4

10 ЕСПБ бодова

Садржај:

Основни концепти математичког моделирања. Димензионална анализа, Пи-теорема, скалирање, регуларне и сингуларне пертурбације, Поинкаре-Линдштедова метода, теорија граничног слоја, асимптотско поклапање, *multiple scales*, варијациони рачун. Одабрани примери из механике. Увод у вероватноћу, случајне променљиве, очекиване вредности, моменти и generating функције, централна гранична теорема, узорковање и осредњавање, нивои поверења, геометријска средина, аритметичка средина, хармонијска средина. Увод у тензорску анализу, операције са тензорима. Методе апроксимације, нумеричке методе. Скупови решења и асимптоте, нумеричка решења. Поузданост. Фуријеове и Лапласове трансформације: Примери (појаве преношења дифузије и таласне појаве), Раздвајање променљивих, Лапласова трансформација.

Литература:

V.I. Arnold, *Mathematical methods of classical mechanics*, Graduate Texts in Mathematics, 60, Springer, New York, 1995.