

Милош Арсеновић
Милуџин Досџанић
Данко Јоџић

ТЕОРџЈА МЕРЕ
ФУНКЦИОНАЛНА АНАЛИЗА
ТЕОРџЈА ОПЕРАТОРА



МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Садржај

Предговор.....	i
ГЛАВА 1. Метрички простори.....	1
1. Метрички простори.....	2
2. Комплетни метрички простори.....	7
3. Компактни скупови у метричком простору.....	13
ГЛАВА 2. Нормирани простори.....	21
1. Векторски простори.....	21
2. Нормирани простори.....	25
3. Ограничени линеарни оператори.....	28
4. Коначно димензионални простори.....	31
ГЛАВА 3. Мере.....	37
1. Алгебре скупова.....	39
2. Мере на алгебрама.....	41
3. Сигма алгебре.....	51
4. Продужење мере.....	53
5. Регуларност мера.....	63
ГЛАВА 4. Интеграл.....	67
1. Мерљиве функције.....	67
2. Интеграција позитивних функција.....	72
3. Интеграција комплексних функција.....	77
4. Скупови мере нула.....	80
5. Интеграција на производу простора.....	82
6. Интеграција у \mathbb{R}^n	89
ГЛАВА 5. Простори интегралних функција.....	93
1. Неједнакости Hölder-а, Minkowski-ог и Jensen-а.....	93
2. L^p норме.....	97
3. Простори $L^p(\mu)$	99
4. Апроксимација у L^p просторима.....	103
5. Конвергенција по мери.....	109
ГЛАВА 6. Комплексне мере.....	113
1. Комплексне мере.....	113
2. Апсолутна непрекидност и сингуларност мера.....	118

3.	Функције ограничене варијације.....	121
4.	Апсолутно непрекидне функције.....	130
5.	Диференцирање интеграла.....	133
6.	Теорема Lebesgue - Radon - Nikodym-a.....	137
7.	Сингуларне функције.....	145
Г Л А В А 7.	Banach-ови простори.....	149
1.	Banach-ови простори.....	149
2.	Ограничени оператори на Banach-овом простору.....	151
3.	Теорема Banach-Steinhaus-a.....	157
4.	Теорема о отвореном пресликавању.....	159
5.	Спектар оператора.....	165
Г Л А В А 8.	Линеарни функционали на Banach-овим просторима.....	169
1.	Теорема Hahn-Banach-a.....	169
2.	Дуални простор.....	175
3.	Примери дуала Banach-ових простора.....	177
4.	Слаба конвергенција у Banach-овим просторима.....	187
5.	Ковјуговани оператор на Banach-овом простору.....	192
Г Л А В А 9.	Компактни оператори.....	195
1.	Дефиниција и примери компактних оператора.....	195
2.	Особине компактних оператора.....	197
3.	Fredholm-ова алтернатива. Спектар компактног оператора.....	201
4.	Schauder-ова теорема о фиксној тачки.....	205
Г Л А В А 10.	Геометрија Hilbert-ових простора.....	209
1.	Сесквилинеарне и квадратне форме.....	209
2.	Hilbert-ов простор.....	213
3.	Ортогоналност у Hilbert-овом простору.....	217
4.	Ортонормирани системи.....	222
Г Л А В А 11.	Линеарни функционали и оператори на Hilbert-овом простору.....	231
1.	Репрезентација линеарних функционала.....	231
2.	Сесквилинеарне форме и линеарни оператори.....	234
3.	Адјунговани оператор.....	236
4.	Матрична репрезентација оператора.....	241
Г Л А В А 12.	Класе ограничених оператора.....	245
1.	Самоадјунговани оператори.....	245
2.	Ортогонални пројектори.....	250
3.	Унитарни оператори и парцијалне изометрије.....	256
4.	Нормални оператори.....	261
Г Л А В А 13.	Спектрална теорема.....	265
1.	Спектрална мера.....	265

2.	Интеграција спектралне мере	267
3.	Спектрална теорема за самоадјунговане операторе	272
4.	Спектрална теорема за унитарне и нормалне операторе	276
5.	Функционални рачун за нормалне операторе	278
Г Л А В А 14. Компактни оператори и спектрална теорема		
	ма	283
1.	Спектрална теорема за самоадјунговане компактне операторе	284
2.	Сингуларни развој компактног оператора	287
3.	Спектрална теорема за компактне нормалне операторе	290
4.	Класе компактних оператора	292
Г Л А В А 15. Елементи диференцијалног рачуна на Banach-овим просторима		
	301	301
1.	Јаки и слаби диференцијали	301
2.	Интеграција векторских функција. Newton-Leibniz-ова формула	304
3.	Полилинеарни оператори	306
4.	Изводи вишег реда. Формула Taylor-а	307
5.	Неопходни и довољни услови екстремума функционала	308
6.	Теорема о имплицитној функцији	311
Литература		315
Индекс		317
Ознаке		323